



**Zadania na XVI Podkarpacki Konkurs Matematyczny
im. Franciszka Lejki
Poziom II**

(klasy drugie liceum i trzecie technikum)

Etap rejonowy

12 marca 2016 r. godzina 10.00

(150 minut)

1. Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych dodatnich a , b , c spełniających warunek $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = 3$, prawdziwa jest nierówność: $\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}} + \frac{1}{\sqrt{c}} \geq 3$.
2. Dany jest trójkąt ABC o polu S . Na boku AB obrano punkty K i L takie, że $AK = KL = LB$. Na boku BC obrano punkty M i N takie, że $BM = 2MN = 2NC$. Na boku CA obrano punkty O i P takie, że $CO = 3OP = 3PA$. Oblicz pole sześciokąta $KLMNOP$.
3. Wykaż, że: $\sqrt{28 + 16\sqrt{3}} - \sqrt[3]{10 + 6\sqrt{3}} - \sqrt[4]{28 + 16\sqrt{3}} = 2$.
4. Udowodnij, że jeśli n jest liczbą całkowitą parzystą, to $\frac{n^3}{48} - \frac{n}{12}$ jest również liczbą całkowitą.
5. W czworokąt można wpisać okrąg i jego przekątne są prostopadłe. Wykaż, że iloczyny długości przeciwległych boków są równe.

Powodzenia!